

Guión de la película "Kurt Gödel: Un Mito Matemático", K42-GöF4  
Peter Weibel und Werner DePauli-Schimanovich

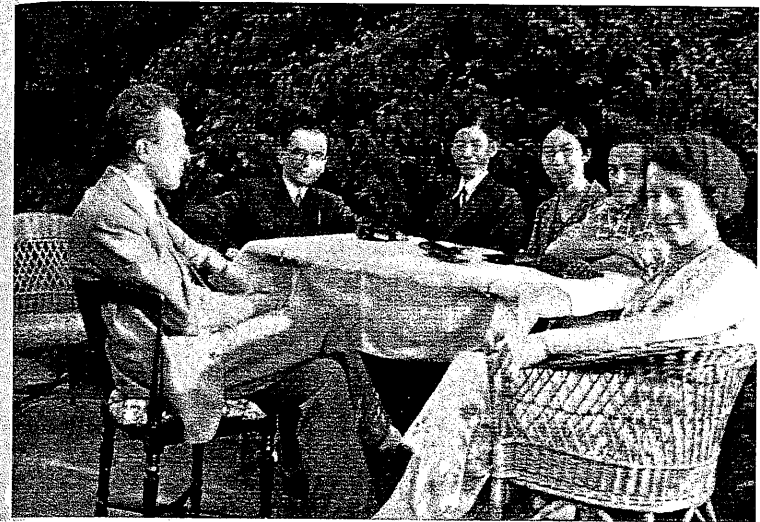


1872-192

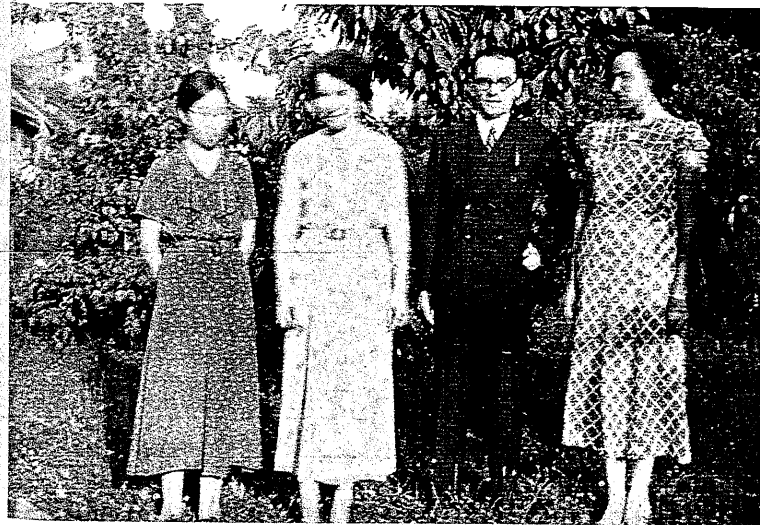
K42-GöF4.SW1: Gödel jung, zirka 20 Jahre



K42-GöF4.SW2: Gödel älter, zirka 50 Jahre



K42-GöF4.SW3: Menger, Gödel Tahagi & Frau, Taussky-Todd, unbekannte Dame



K42-GöF4.SW4: Tahagis Frau, unbekannte Dame, Gödel, Taussky-Todd



K42-GöF4.SW5: Gödel, zirka 25 Jahre



K42-GöF4.SW6: Hahns Seminar: Taussky, Hahn und unbekannte Kollegen



K42-GöF4.SW7: Gödel schon in Princeton



K42-GöF4.SW8: Gödel denkt



K42-GöF4.SW9: Gödel lacht



K42-GöF4.SW11: Gödel zum 60. Geburtstag



K42-GöF4.SW10: Gödel am IAS mit weiß-schwarzem Haar

*Guión de la película "Kurt Gödel: Un Mito Matemático", K42-GöF4  
Peter Weibel und Werner DePauli-Schimanovich*



Universidad de Las Palmas de Gran Canaria  
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA Y SISTEMAS

Campus de Tafira, Apartado 322  
E-35080, Las Palmas de G.C., Spain

Werner de Viena  
DePauli-Schimanovich  
Invited Professor

Phone: (+34-28) 45 87 42  
Fax: (+34-28) 45 87 11  
Email: jimmy@smc.univie.ac.at

Spring and Summer in Austria:  
Phone: (+43.1) 407.6355-80  
Fax: (+43.1) 407.6355-88

Kurt Gödel

Un Mito Matemático

Guión de la película  
fabricado por  
Peter Weibel y  
Werner DePauli-Schimanovich.

Traducción: Edith Zörnlaib

GÖDEL, KURT

1306

Matemático austriaco, n. en 1888; es uno de los más notables lógicos del siglo actual.

El campo de trabajo de G. es «la teoría de las teorías» matemáticas; es decir, estudia el mecanismo interno del modo de razonar matemático. El resultado más importante por él conseguido y que constituye una de las cumbres de la lógica actual es su demostración de la imposibilidad de probar la no contradicción de la Aritmética por métodos aritméticos. Hay que tener en cuenta que la Matemática (v.) en su estado actual es formalista, es decir, opera con entes de razón mediante un conjunto de reglas sintácticas. Por consiguiente, una teoría matemática es verdadera en tanto en cuanto no contenga contradicciones, esto es, en tanto en cuanto no se pueda demostrar dentro de ella un teorema y su negación. Concretamente, G. demostró la imposibilidad de probar la consistencia de todo sistema formal que contenga en su axiomática a la axiomática de la Aritmética, mediante métodos de demostración efectuados dentro del sistema. Hemos de hacer notar la importancia de la última parte de la frase anterior, pues dado un sistema formal pueden existir verdades evidentes en un sistema fuera del dado y que, en cambio, pueden no ser demostrables en el dado, es decir, empleando la axiomática de éste.

Este teorema, probado por G. en 1931, fue un duro golpe para las teorías de Hilbert (v.), que reducían la no contradicción de la Matemática a la no contradicción de la Aritmética, y al demostrar G. que esta última no podía ser probada echó por tierra la parte lógica de la obra de Hilbert. La demostración de G. se basa en la numerabilidad (posibilidad de poner en correspondencia biunívoca con los números naturales) de las proposiciones de la Aritmética.

Tienen también gran interés los trabajos de G. en la fundación de la teoría de conjuntos (v.). Se le debe una axiomática, perfeccionamiento de la de von Neumann, de la Teoría de conjuntos y una axiomática de la teoría de clases, que en este momento tiene una importancia excepcional por su aplicación a la teoría de categorías (v.).

Otra faceta importante de la lógica de G. es su trabajo sobre la hipótesis del continuo. Dos conjuntos se dice que tienen la misma potencia cuando hay entre ellos una correspondencia biunívoca; todo conjunto de igual potencia que el de los números naturales recibe el nombre de conjunto numerable y de todo conjunto de igual potencia que el de los números reales se dice que posee la potencia del continuo. Cantor afirmaba, sin demostrarlo, que todo conjunto infinito no numerable es de la potencia del continuo (hipótesis del continuo). Esta forma original se generalizó posteriormente y G. demostró que si es consistente la axiomática de Cantor, la axiomática que se obtiene al añadirle la hipótesis del continuo generalizada y el axioma de elección, también es consistente, es decir, que la hipótesis del continuo y el axioma de elección no se contradicen con la axiomática de la teoría de conjuntos de Cantor.

V. I.: ARITMÉTICA; LÓGICA MATEMÁTICA.

BIBL.: E. T. BELL, *Historia de las Matemáticas*, México 1949; K. Gödel, *The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum hypothesis with the axioms of set theory*, Princeton 1940.

J. L. VICENTE CORDONA.



**CONTENIDO**

(Música: Barcarole)

KURT GÖDEL: Un Mito Matemático  
por Peter Weibel y Werner Schimanovich

0 Motto

1 El Mito de Gödel

2 Brno: Niñez y Juventud

3 Estudios en Viena

4 El Círculo de Viena

5 Política y Ciencia

6 Princeton, EEUU

7 Informática e Inteligencia Artificial

8 La Máquina Turing

9 La Lógica Matemática

10 La Prueba de Gödel

11 Ventana del Intelecto

(Fin de música)

(Voz de Ordenador/robot:)

Le deseamos a todo espectador un entretenimiento informativo y una información entretenida.

**0. MOTTO**

(Off/Locutora)

Sobre la matemática existe efectivamente sólo un punto de vista que se puede sostener: Es la posición de Norbert Wiener, el fundador de la cibernética. La matemática forma parte de nuestra cultura y tenemos el deber de introducir a nuestros semejantes en los misterios de la matemática.

(Off/Locutor)

Cualquier no-matemático no admitirá fácilmente que la matemática sea de interés cultural y estético. El artista-matemático es diferente del artista-escultor o del artista-músico por el rigor necesario para llegar a un conocimiento del ente matemático.

(Weibel:)

Queramos o no,

(Schimanovich:)

la matemática es desde hace tiempo parte de nuestra cultura, de nuestra vida,

(Weibel:)

a pesar de que sea para muchos invisible o desacostumbradamente visible.

(Schimanovich:)

Por esto nosotros compartimos el punto de vista de Norbert Wiener

(Weibel:)

e intentaremos contribuir a la estética de la matemática.

**1. EL MITO DE GÖDEL**

(Off/Locutora)

¿Quién fue ese hombre sobre el cual sabemos tan poco de su vida y entendemos tan poco de su obra? Y, que no obstante ejerce una atracción mítica sobre nosotros.

(Off/Locutora, en voz baja y lenta)

Un país engendra hombres grandes como él solamente en lapsos grandes de tiempo, si es que los engendra ... Si Gödel hubiera hecho su descubrimiento en París hubieran tocado las campanas de Notre Dame.

(Tono de fondo: Campanas de Notre Dame, fuerte)

(Imagen: Notre Dame)

(Tono: Campanas de Notre Dame, sonido bajo)

(Off/Locutora)

Este comentario se lo hizo un famoso matemático francés a Oskar Morgenstern, el gran economista austriaco que gozó fama mundial al publicar junto con Johann von Neumann "Teoría de juegos y comportamiento económico". La primera iniciativa para celebrar por fin a Gödel llegó de fuera de Austria. Un ejemplo para tal intento es la carta importante que envió el Prof. Morgenstern en 1965 al Dr. Bruno Kreisky, en aquella época ministro del Exterior.

(Tono: ruido de máquina de escribir)

(Off/Locutor)

"No cabe duda que Gödel es el lógico más notable de la actualidad, hasta eruditos de distinción como Hermann Weyl y John von Neumann han expresado la opinión que es el lógico más grande desde Leibniz o mejor dicho, desde Aristóteles."

(Tono de fondo: himno nacional austriaco)

"En toda la historia de la universidad de Viena no existe catedrático cuyo nombre brille más fuerte que el de Gödel ... Por esto me parece una lástima que Austria hasta ahora no se haya acordado de uno de sus hijos más notables. Einstein me dijo una vez, que no le daba tanta importancia a su propio trabajo, sino que venía al Instituto sólo por tener el privilegio de poder caminar a casa junto con Gödel."

(Off/Locutora)

Todo esto lo mencionó en su carta al Dr. Kreisky el Prof. Morgenstern, carta que no tuvo efecto ninguno. En 1951 Gödel recibió junto con el físico Julian Schwinger el primer premio Albert Einstein.

No fue la cabeza de un hombre viejo con frente fruncida al cual debemos el llamado "teorema del siglo", sino este teorema fue el resultado al cual llegó un joven de mucho talento, hijo de familia rica e incorporado al fecundo clima cultural de los años veinte en Viena, es decir que poseía los óptimos requerimientos.

La vida de Gödel y su persona permanecieron en el anonimato. Solamente su obra científica fue la que creó el mito que proporciona la materia que nos llena de asombro y sobre la cual estriba el mito.

Con 25 años este joven publicó en 1931 un trabajo con el título misterioso "Sobre teoremas no demostrables formalmente de la Principia Mathematica y sistemas relacionados", que sacudió el pensamiento matemático de la época. Demostró la imposibilidad de probar la contradicción de un sistema formal matemático en el sistema mismo.

En otras palabras el contenido de su obra es: ¡LA VERDAD ES MAS GRANDE QUE LA DEMONSTRABILIDAD!

No todo lo que es verdad en la matemática puede ser demostrado formalmente y correctamente por ella. Esto sirve naturalmente sólo para proposiciones matemáticas complejas y no para las tablas de multiplicación. Este hecho paradójico que puso un fin brusco a las aspiraciones de hace mil años fue probado por Gödel mediante métodos matemáticos exactos.

¿Que significan verdad y demostrabilidad en la matemática? El axioma de Pitágoras es un ejemplo para un teorema cierto y a la vez demostrable en la matemática: Para un triángulo rectangular con los catetos  $a$  y  $b$ , y la hipotenusa  $c$  vale  $a^2 + b^2 = c^2$ .

La verdad de este axioma es evidente para cualquiera y se fundamenta paso por paso y argumento por argumento. Esto se llama deducción. Lo que quiere decir que nos orientamos en ciertos contenidos representables de nuestro pensamiento. Estos contenidos son los modelos que nos hacemos de las relaciones entre los objetos. La verdad es la concordancia de éstos (teoremas) con nuestros modelos.

Si elegimos un triángulo aplicable, que no sea un triángulo rectangular, nos podríamos preguntar que pasaría si le sustituimos por cubos los cuadrados situados en los tres costados. ¿Podemos formular un teorema como el axioma de Pitágoras para que  $a^3 + b^3 = c^3$  valga igual que antes  $a^2 + b^2 = c^2$ .

La cuarta dimensión ya no se puede visualizar geoméricamente. A pesar de ésto el matemático plantea la cuestión abstracta de si existen triángulos a los cuales se les pueden añadir "cubos" 4-dimensionales. El cubo 4-dimensional es un número que se puede multiplicar cuatro veces por sí mismo.

Pierre de Fermat llegó en 1600 por abstracción del axioma pitagórico sobre dimensiones discretas a la proposición improbable que se llama el gran axioma de Fermat: ¿Existen para cada cualquier dado número natural  $n$  (más grande que 2), otros tres números (positivos) enteros  $a$ ,  $b$  y  $c$  de tal modo que  $a^n + b^n = c^n$ ?

Este gran Fermat es algo que no se puede representar geoméricamente. Para demostrarlo hacen falta métodos abstractos de deducción que se vienen usando implícitamente en la matemática en los últimos dos mil años. Después se detallaron estos métodos de deducción y se convirtieron en un sistema fijo e inmóvil de reglas. Con la ayuda de tales reglas puede pasarse de verdades básicas evidentes a verdades más complicadas y de éstas a verdades aún más complicadas etc. En un tal sistema formal se manejan proposiciones matemáticas como las figuras en un juego de ajedrez, según las reglas del juego.

Y eso que desde los tiempos de los antiguos griegos existe la esperanza de también probar formalmente, dentro de un tal sistema de reglas, todo hecho que se puede representar tanto en su contenido como visualmente. Y aun más: la corriente dominante de la investigación básica matemática intentó en la época finisecular de sustituir el concepto intuitivo de la verdad por el concepto formal de la demostrabilidad.

Hasta que se publicó el teorema de Gödel, existía una identificación entre verdad y demostrabilidad, falsedad e posibilidad de contradecir, indeterminación e indecidibilidad.

(Off/Locutor)

Gödel fue él que demostró que existen verdades investigadas en cuanto a su contenido que no se pueden probar formalmente con el sistema de reglas standard de la matemática, con la llamada aritmética de Peano. En este sentido la verdad tiene más valor que la demostrabilidad. Un rompe cabezas actual como el "problema del party" demuestra este hecho claramente:

¿Cuántas personas tendrían que ser invitadas por lo menos a un party para que tres de ellas se conozcan ya de antes, o para que otras tres no se conozcan en parejas? La respuesta es: 6 personas. Por razones combinatorias una generalización de este problema y su respuesta se pueden demostrar como ciertas en cuanto al contenido, sin embargo no formalmente dentro del sistema standard de la teoría de números.

Hoy conocemos proposiciones matemáticas concretas que tienen las características de las cuales trata el teorema de Gödel: son ciertos pero no pueden ser demostradas formalmente. Hoy sabemos que la razón de este hecho consiste en que el sistema de reglas de la teoría de números, es decir la aritmética de Peano, es muy restringido y no se puede adaptar ni ampliar como se necesite. La deducción, al contrario, puede desarrollar nuevas formas sobre las cuales la comunidad científica se pone de acuerdo. Esta noción expresa la esencia del teorema de Gödel.

Este punto de vista fue defendido hace 60 años por Luitzen Brouwer, el fundador del intuicionismo matemático. En un discurso pronunciado en 1928 en la universidad de Viena al cual asistió también Gödel, Brouwer le convenció de su crítica sobre las limitaciones de lenguas formales y sobre sus sistemas de prueba. El desarrollo de la investigación básica científica

hacia una tecnología de ordenadores, que parte de esta crítica fundamental de la insuficiencia de sistemas de reglas formales, dió lugar a una serie de otras cuestiones: sobre la relación entre formalismo y mentalismo, entre mecánica y pensamiento, es decir sobre la mecanización del intelecto. El ordenador es ya la realización física de sistemas formales.

(OFF/Locutora)

Por eso la prueba de Gödel trae consigo una limitación comparable para ciertos problemas actuales de la investigación sobre inteligencia artificial. La inteligencia artificial es una ciencia nueva que es conocida en primer lugar por la construcción de ordenadores rápidos y eficientes.

Esta tiene el objetivo de imitar la capacidad humana mental.

(Off/voz de niño)

¿Pueden las máquinas tener conciencia ?

¿Pueden también pensar las máquinas ?

¿Hasta que punto pueden las máquinas analizar imágenes y escenas?

¿Pueden entender oraciones los ordenadores?

(Tono: música electrónica/voz de niño)

¿Pueden demostrar los ordenadores verdades matemáticas cualesquiera?

(Música electrónica desaparece)

(Off/Locutora)

En la prueba de Gödel se cree ver una respuesta para todas estas preguntas.

Precisamente porque la prueba de Gödel se puede aplicar a la interpretación de problemas filosóficos, aunque éste esté formulado en un lenguaje exacto matemático. Es un instrumento más preciso que el método de observación filosófico cuando se trata de cuestiones abstractas y especulativas.

(Bach: Ricercar)

Nos encontramos delante del portal de la última verdad y con la prueba de Gödel tenemos una llave para abrirlo, de aclarar el misterio. Esto constituye la atracción mítica del teorema de Gödel.

(Fin de Ricercar)

Esta pista se rastrea en la serie de obras que hicieron popular a Gödel, publicadas en los últimos años.

En 1979, aproximadamente un año después de la muerte de Gödel, se publicó en los EE.UU. un libro cuyo autor recibió el premio Pulitzer poco después. Gödel era apenas conocido en Europa entonces. Después de la impresión de la traducción alemana y su éxito sensacional, se reconcilió a Gödel en los países de habla alemán y finalmente también en Viena.

Este libro es un botón de muestra para nuestra tesis sobre la enorme atracción de Gödel. El libro demuestra cómo la teoría matemática de Gödel se puede enlazar con resultados de la

música y de las artes para dar una teoría general de cognición y de creatividad. Como dice el subtítulo del libro, la tesis central del autor es considerar la producción intelectual del hombre como una "cinta trenzada sin fin", de verla como el pensamiento sobre el pensamiento sobre el pensamiento ...

(Voz le la locutora va disminuyendo hasta desaparecer)

(Off/Locutora)

Más tarde les daremos una presentación más detallada de los logros de Gödel en el campo de la lógica e informática. Aquí baste decir que la prueba de Gödel de que la lógica es incompleta (es decir que existen verdades matemáticas que no se pueden demostrar formalmente) también nos muestra en principio los límites de ordenadores.

(Música dodecafónica de Alban Berg)

Estas fronteras teóricas no son relevantes para las aplicaciones actuales ya que las posibilidades prácticas de ordenadores aún son muy limitadas. Gödel también aportó una contribución muy importante a la teoría de conjuntos – uno de los resultados más celebrados de la matemática en el siglo XX.

(Desaparece música dodecafónica de Alban Berg)

(Off/Locutora)

Inspirado en su juventud por su maestro vienés Hans Thirring y motivado en especial por su amistad con Albert Einstein, Gödel se dedicó en los años 40 a 50 también al estudio de la cosmología. Calculó una solución para la ecuación del campo unificado de la teoría general de la relatividad de Einstein.

En el modelo de Gödel el universo gira constantemente con velocidad angular en torno a un sistema fijo de coordenadas. En el modelo del universo de Gödel, las líneas verticales de este diagrama espacio-temporal son las líneas geodésicas mundiales de los puntos principales de masa del universo, como por ejemplo estrellas y galaxias. Estos objetos definen la estructura global de espacio y tiempo, para las cuales Gödel formuló su solución especialmente sorprendente.

Debido a las estrellas y galaxias designaremos aquí a las líneas geodésicas mundiales, líneas de materia. Este diagrama muestra la simetría de rotación en torno a la línea de materia central PQ, así como también la simetría vertical translacional. Los conos de luz que representan los horizontes de las señales luminosas enviadas desde un punta dedo en espacio tiempo, emanan de todos los puntos de luz.

¿Qué son los "conos de luz"? La luz se difunde en partículas sin masa llamadas fotones. El brillo de una explosión origen de la luz crea un cono de luz, cuya generatrices representan las historias de los fotones individuales. Ya que todas las partículas con masa se mueven a velocidad inferior a la luz, las líneas de materia están dentro del cono.

Las líneas de materia tienen un orden temporal. De P a Q existe una curva temporal con dirección al futuro. Un viajante normal despega en punto P y viaja por la línea de materia hacia Q. El viaje al revés de P a Q es mucho más difícil de imaginar.

(Tono de fondo: ruido del despegue de un cohete o de avión supersónico)

Las curvas temporales cerradas en el universo de Gödel tienen la propiedad de que el viajero temporal puede salir de cualquier punto espacio-temporal y volver a ese punto. En el universo de Gödel existe la posibilidad de hacer un viaje al pasado si el viajero temporal sale de su región local. Esto sería naturalmente sólo posible con cohetes enormes y superdimensionales, que para despegar necesitan quemar casi planetas enteros.

Si la línea geodésica mundial se aleja lo suficiente, es decir un alejamiento superior al diámetro del horizonte óptico (que es teóricamente posible), más allá del radio crítico, entonces es posible que existan líneas temporales mundiales cerradas. Las líneas mundiales vuelven al punto espacio-temporal del cual partieron.

Tal viaje en el tiempo es un viejo sueño del hombre, que se expresa, por ejemplo, también en la novela de ciencia fiction de H.G. Wells "La máquina del tiempo".

"El regreso de la máquina del tiempo" de Egon Friedell, 1946 es una parodia sobre la novela de H.G. Wells, y trata del viaje al pasado y los problemas que surgen con él. Egon Friedell fue uno de los actores favoritos de Gödel en el teatro en el Josefstadt en su época estudiantil.

Con el viaje al pasado la estructura causal del universo naturalmente se convierte en una estructura global, es decir que cuando se trate de distancias más allá del horizonte óptico se destruye la causalidad.

Por esta razón la solución de Gödel dió lugar a una discusión sobre la causalidad en la Física, que dió como resultado una definición más detallada del concepto del efecto causal de un acontecimiento. La intervención en la cadena causal es naturalmente posible sólo si el resultado no destruye su propio origen. En este sentido se puede decir que viajes en el tiempo sólo son posibles más allá de la causalidad. Viajeros en el Tiempo solamente pueden ser espíritus.

(Viajeros en el Tiempo nos aparecen como fantasmas.) Esta es quizás la razón por la cual en los últimos años de su vida Gödel se interesó por literatura sobre espíritus y demonología, como se puede ver al leer su lista de libros.

Su modelo causó mucha sensación en los años 50 y su influencia se nota hasta en la película contemporánea de Steven Spielberg "Retorno al futuro", pero hay que decir que la secuencia de las escenas es desde punto de vista de la Física, ridícula.

Est claro que el universo de Gödel con la posibilidad de viajar para atrás en el tiempo es solamente un modelo del pensamiento. Sin embargo, vamos a hacer un viaje al pasado con la ayuda de películas y fotografías, a la vida desconocida de Gödel, volviéndonos al lugar de su nacimiento.

## 2. BRNO: NIÑEZ Y JOVENTUD

(Música: "Wie Böhmen noch bei Österreich war ...")

(Off/Locutora)

Gödel paso su niñez y juventud en la ciudad llamada hoy Brno: Brno, capital de Moravia, situada en la región checoslovaca del Imperio Austro-Húngaro contaba al fin del siglo XIX con una mayoría de habitantes de habla alemana. Brno es hoy la tercera ciudad de mayor extensión de Checoslovaquia. Moravia y Bohemia (con su capital Praga) tienen una gran tradición cultural:

(Música desaparece)

Desde la mística de Jakob Böhme hasta la rígida analítica de un Ernst Mach, fundador de la ciencia de filosofía analítica del Círculo de Viena.

Aquí hallamos una tradición judeo-cabalística llena de mística y a la vez de lucidez: desde Jan Amos Komenius, que proclamó el mundo como laberinto hasta la experiencia de alienación de Franz Kafka; desde Golem, el primer hombre artificial, hasta Gustav Meyrink su creador literario.

Famosos personajes nacidos en Brno y alrededores son: Gregor Mendel, el descubridor de las leyes fundamentales de la herencia, y los arquitectos Josef Hoffmann y Adolf Loos.

Para los que creen en la importancia del ambiente cultural para el desarrollo de un talento, encontrarán en la tradición del análisis minucioso, así como del deseo místico de superar los límites humanos los requisitos ideales para el desarrollo intelectual del joven Gödel.

El fecundo clima cultural fue fomentado por un crecimiento industrial especialmente de la industria textil, que en su mayor parte se encontraba en manos de judíos alemanes.

(Música: polca bohemia)

Los ricos industriales vivían en barrios residenciales, donde se hablaba Alemán y predominaba el modernismo vienés, el Jugendstil.

Como toda ciudad que se enriquece rápidamente, Brno también tenía sus aspectos negativos: barrios de miseria donde vivían los obreros mal pagados y los sirvientes, en su mayoría checoslovacos.

El abuelo de Kurt Gödel, Gustav Handschuh, se trasladó de Renania a la Brno de fin de siglo. Hizo su carrera en la industria textil en la empresa Schoeller, situada en la Zeile 48. Su mujer, con nombre de soltera Rosita Bartl, procedía de Iglau región donde se hablaba sólo Alemán y era muy amante de la tradición. En la época del Imperio Austro-Húngaro Brno llevaba el nombre alemán: Brünn.

Los abuelos Handschuh vivían en la Bäckergasse 9, en el segundo piso de un edificio típico de estilo Biedermeier con patio interior y pasillos abiertos, donde se reunían los vecinos al atardecer para charlar. Aquí también se crió su hija, Marianne Handschuh, madre de Kurt Gödel.

(Fin de música)

En el mismo edificio en el primer piso vivía el padre de Gödel, nacido en Brno, con su madrastra, la tía Anna.

Los padres de Rudolf Gödel, senior, eran de origen vienés y vivieron casi toda su vida en Viena. Después de la muerte del abuelo de Gödel se mandó a Rudolf, senior, a vivir con la tía Anna. Los abuelos Handschuh eran amigos de la tía Anna. Se juntaban muchas veces a tocar música y jugar al teatro. Así fue que Marianne y Rudolf se conocieron muy jóvenes, casándose posteriormente.

Poco después se mudó el matrimonio a un apartamento en la Gomperzgasse 15. En 1902 nació el primer hijo, al que le pusieron el nombre del padre, Rudolf. Después se mudó el matrimonio de nuevo a la calle de su niñez, a la Bäckergasse 5, al lado de la casa no. 9, donde vivían los abuelos Handschuh y la tía Anna.

(Música: Johannes Strauss "Voces de Primavera")

En esta casa, Bäckergasse 5, nació el 28 de abril, de 1906 el genio matemático Kurt Gödel, sin que se el mundo tomaría noticia de ello. Los niños jugaban en el jardín detrás de la casa.

Con 8 años Kurt se enfermó de fiebre reumática, hecho que marcó el principio de hipocondría que le duró toda su vida.

Antes del comienzo de la Primera Guerra Mundial la familia Gödel se mudó de la Bäckergasse a una mansión propia en la Spielberggasse 8a, situada cerca de la vivienda anterior.

(Música de Strauss desaparece)

Como su abuelo Handschuh, el padre de Gödel hizo carrera en la industria textil, en la fábrica Redlich, en la Straussengasse, donde más tarde llegó a ser socio y gerente de la fábrica. El sueldo de un director de fábrica le permitió un nivel alto de vida. Por ejemplo, la familia poseyó uno de los primeros Chryslers en Checoslovaquia. También el interior de la mansión era muy elegante. Tenía un amplio jardín con pabellón que daba a la pendiente sur del Spielberg.

Con un telescopio los niños miraban las esculturas de la fachada de la catedral gótica de San Pedro y San Pablo. Desde las ventanas de la mansión se veía también la cárcel tristemente célebre en la cumbre del Spielberg y desde las ventanitas del desván se veía en la otra dirección la estación de tren. En días claros se veían los trenes que partían para Viena e incluso las montañas de Pollau en la frontera con Baja Austria.

Kurt fue un escolar muy inteligente y aplicado en el bachillerato, sin ningunos trastornos desagradables en su pubertad. Con 14 años se interesó por la matemática y con 16 ya estudiaba a Kant. Desde la primera clase hasta su graduación del bachillerato tuvo sólo notas buenas.

(Entrevista 1 con Dr. Rudolf Gödel)

"Pues sí, mi hermano era naturalmente muy dotado en la matemática pero también en latín se decía de él que en todos los siete años de trabajos en latín nunca hizo ni una falta de gramática."

(Entrevista 2 con hermano)

"Los domingos dábamos un paseo por los lindos alrededores de Brno (de costumbre con la familia). El se quedaba casi siempre en casa leyendo un libro y no quería venir con nosotros. Esto no le gustaba nada a mi padre."

(Entrevista 3 con hermano)

"Sí, después de la guerra estuvimos (muchas veces con mi hermano) en Marienbad y me acuerdo, que una vez leímos juntos a Goethe y la biografía de Chamberlain. El se interesaba sobre todo por la teoría de colores de Goethe, y quizás sea la razón para su interés por las ciencias, por las ciencias naturales."

(Entrevista 4 con hermano)

"Especialmente después de la Primera Guerra Mundial leí yo con él y también con mi madre muchísimas biografías que se publicaron después de la Primera Guerra Mundial. En parte leíamos sobre los Habsburgos y en parte sobre los grandes políticos contemporáneos. Una lectura sobre la cual luego discutíamos, también con mi madre, que fue muy inteligente y le gustaba leer tales libros."

(OFF/Locutor)

Inmerso en sus libros, Gödel da la apariencia de indiferente al ambiente cultural. Así fue que él eligió a Viena como ciudad donde estudiar y no a Praga.

(Ruido de tren)

### 3. ESTUDIOS EN VIENA

(Música: "Wien, Wien nur du allein")

(OFF/Locutora)

En 1920, Rudolf Gödel se marchó a Viena para estudiar medicina y cuatro años más tarde, en el otoño de 1924, le siguió Kurt. Rudolf lo recogió de la estación de tren del norte de Viena y lo trajo a su apartamento.

Este primer apartamento donde Kurt estaba registrado a partir de abril de 1927 está situado en la Florianigasse No. 42.

El joven de talento procedente de familia acomodada, que le garantizaron estudios sin preocupaciones, llegó a un clima cultural extraordinariamente fecundo.

(Fin de música)

(Entrevista 1 con hermano)

"Todos mis catedráticos y examinadores eran personas con fama mundial: El internista Wenckeback, el cirujano Eiselsberg, el pediatra Birkee, el neurólogo fue Wagner-Jauregg. Así que se puede decir que un hombre era más famoso que el otro."



(Off/Locutor)

Al principio el joven Gödel se inscribió en Matemática, Física y Filosofía. Al comienzo tenía la intención de graduarse en física. Gödel asistió a clases de Hans Thirring que daba sus clases en la aula magna de física teórica. Esto fue en el 4. piso en la Strudelhofgasse No.4.

En el mismo edificio se encontraba el Instituto Matemático. Ya en 1926, después de dos años, se dedicó Gödel sobre todo a la Matemática. Sus profesores en el Instituto de Matemática fueron los siguientes: Hans Hahn, el fundador verdadero del Círculo de Viena, Karl Menger, hijo del economista famoso Carl Menger, Philipp Furtwängler, el primo del director de orquesta y Wilhelm Wirtinger.

Sus profesores más importantes fueron Moritz Schlick y Heinrich Gomperz y más tarde Rudolf Carnap. Las clases se daban en el edificio principal de la universidad de Viena y todos los profesores eran socios del Círculo de Viena, a cuyas reuniones Gödel asistió desde el año 1926.

(Off/Locutora)

Gödel cambio de vivienda en Viena repetidamente entre 1924 y 1929 .

(Entrevista 2 con hermano)

"Pues él siempre fue persona de buen humor y alegre, le gustaba contar chistes y que se los contaran. Pero nunca habló sobre hechos por ejemplo, sobre sus trabajos. Pero hay que decir que cuando llegó a la universidad ya conocía la materia. Estudió la materia universitaria en el bachillerato".

(Off/Locutora)

Como estudiante tenía una vida muy intensa. Entre sus compañeros se le consideraba extraordinariamente talentado y inteligente. Desde octubre de 1927 hasta junio de 1928 vivió Gödel en la Währingerstraße No.33, en el edificio del Cafe "Josefinum", donde se encontraba con sus amistades del Círculo de Viena.

En la Langegasse No.72 vivió Gödel desde julio de 1928 hasta noviembre de 1929 en un piso grande que fue planeado originalmente para el uso de sus padres. Enfrente de su apartamento, en la Langegasse No.65 vivió su novia, Adele Porkert, que entonces aún estaba casada con el fotógrafo Nimbursky y que actuaba en el local nocturno "Nachtfalter" en la Plaza de San Pedro.

Mientras que trabajaba en su tesis doctoral fue probablemente cuando conoció a la bonita Adele en la Langegasse. En su disertación Gödel resolvió en poco tiempo el siguiente problema: El problema de la lógica de predicados y de su falta de completividad, que David Hilbert el gran matemático de esa época y su asistente Wilhelm Ackermann destacan en su libro de enseñanza considerado hasta hoy día como obra standard: "Los fundamentos de la lógica teórica", la primera edición publicado en el año 1928.

(Off/Valie Export)

"Si el sistema axiomático es por lo menos completo en el sentido de que todas fórmulas lógicas se pueden realmente deducir de éste, es una cuestión aún sin solución."

(Off/Locutor)

Después de la muerte del padre de Gödel su madre se mudó a Viena. Por esta razón hacía falta un apartamento más grande y se mudaron en noviembre de 1929 en la Josefstädterstrasse No. 43 donde vivió la familia Gödel hasta 1937. Este apartamento de la familia Gödel es el que se conoce en la comunidad científica.

Aquí fue que elaboró sus obras famosas entre 1929 y 1937 y se escribía con matemáticos en todo el mundo. Ernst Zermelo en Göttingen, Jaques Herbrand en Paris, Oswald Veblen en Princeton, Paul Bernays en Zürich y Johann von Neumann, el cosmopolita.

La familia Gödel, bajo la dirección de la madre culta, se dedicaba muchísimo a la cultura burguesa. La madre y el hijo compraban abonos al teatro en el "Josefstadt" y tenían ahí su palco favorito.

(Música de fondo: Maria Cebutari)

De la música le gustaban óperas italianas y operetas vienesas especialmente las de Johann Strauss y Richard Strauss. Odiaba a Sebastian Bach y a Richard Wagner. Los cantos que le gustaban escuchar eran del repertorio de música popular de la época: "Am Brunnen vor dem Tore", "Oh, mein Papa", "Brüderlein fein", la "Barcarole" de los cuentos de E.T.A. Hoffmann, o música de baile española.

(Fin de Cebutari)

(Música de fondo: "Wheel of Fortune")

Le interesaban también los cantos populares americanos como: "Harbour Lights", "The Wheel of Fortune", y más tarde especialmente la música Pop americana.

En el arte prefería al surrealismo e el arte abstracto. En Nueva York visitó muchas veces al "Museum of Modern Art".

(Música desaparece)

Durante sus estudios Gödel participó en las reuniones del Círculo de Viena a partir de 1926.

(Entrevista 1 con Hlawka)

"Fue naturalmente muy influido por Hans Hahn y Karl Menger. Asistió a las clases sobre la teoría de conjuntos y funciones reales."

(Off/Locutor)

Desde octubre, de 1929 Gödel también asistió a los coloquios de Karl Menger, hijo del economista Carl Menger, que daba regularmente coloquios sobre matemática. Estos tuvieron lugar en la sala de dibujos del Instituto de Matemática. Gödel participó con gran interés en los coloquios y esa época fue su más activa y vital. Ahí conoció a eruditos y colegas como Alfred Tarski y Johann von Neumann.

El editor de "Resultados de un coloquio matemático", Karl Menger, nombró a Gödel co-editor junto con Franz Alt. Gödel también publicó bastante en este período, de 1929-1937, 13 publicaciones. Un año después de su disertación en octubre de 1929, en 1930 descubrió su teorema sobre proposiciones matemáticas no decidibles formalmente. Gödel había ...

(Entrevista 2 Hlawka)

"... también asistido a las clases sobre la teoría de números de Furtwängler. Estas le dieron la inspiración de aplicar los métodos de la teoría de números a la lógica. Precisamente la representación de las proposiciones de la lógica y la matemática por números naturales, lo que hoy se llama la gödelización."

#### 4. EL CÍRCULO DE VIENA

(Música: "El Danubio azul")

(OFF/Locutora)

Los años 1900 a 1930 marcaron en Viena un apogeo cultural sin comparación. El comienzo del siglo XX fue formado por el cuádruple esplendor de las cuatro disciplinas: Física, Teoría del conocimiento de causas, Filosofía y Teoría de lingüística - Una pléyada de genios. Existían varios círculos de científicos y filósofos que se reunían regularmente. El círculo de Schlick, nombrado así por su personaje central, Moritz Schlick, fue designado más tarde por los historiadores: "Círculo de Viena".

Este círculo publicó en 1929 su obra "Una concepción científica del mundo". Este manifiesto dedicado a Moritz Schlick estaba firmado por Hans Hahn, Otto Neurath y Rudolf Carnap.

(Fin de "Danubio azul")

Hans Hahn, profesor de matemática fue el verdadero fundador del Círculo de Viena. El había llamado a Moritz Schlick a Viena en 1922. Así fue que Hahn pudo realizar junto con sus compañeros estudiantiles, Philipp Frank y Otto Neurath, su sueño de fundar en Viena un foco creativo para el progreso científico.

Otto Neurath fue el organizador del Círculo de Viena y también líder del grupo izquierdista con el objetivo de cambiar la sociedad que se reunía regularmente en el "Volkshheim Ottakring" (una de las escuelas populares).

(Música: "La Internacional")

Rudolf Carnap fue el filósofo más radical del grupo y después de su emigración a los EEUU el representante más conocido del Círculo de Viena.

Las reuniones del Círculo tuvieron lugar en los años 1924 a 1933 regularmente a las 18 horas. Estas reuniones ...

(Entrevista con Victor Kraft)

"... se juntaban cada dos semanas los jueves en el Instituto Matemático, ya que en ese tiempo no

existía un Instituto de Filosofía."

(Off/Locutora)

Hoy está situado el Instituto Meteorológico en esas salas.

(Entrevista con Herbert Feigl)

"El Círculo de Viena estaba constituido por un grupo de científicos con interés en filosofía y de filósofos que estudiaron con interés científico."

(Off/Locutora)

Aparte de Hahn, Neurath y Carnap otros personajes centrales del Círculo fueron también Moritz Schlick, Herbert Feigl, Karl Menger, Victor Kraft, Felix Kaufmann y Friederich Waismann. Allegados al Círculo eran: Sir Karl Popper, Ludwig Wittgenstein, y el grupo berlinés en torno a Hans Reichenbach. Todos estos nombres demuestran que el Círculo de Viena se convirtió en un movimiento mundial.

(Fin de "La Internacional")

Gödel fue socio a partir de 1926. La primera publicación del Círculo indica que se desarrolló de la "Sociedad Ernst Mach" dado que intentaba continuar la tradición analítica de Ernst Mach, que enseñó en Viena desde 1895 y tuvo influencia considerable sobre las artes y la cultura.

Mach había enseñado que el análisis conceptual de las contradicciones en teorías traer un progreso en el conocimiento de la naturaleza.

(Ruido corto de avión)

El número nombrado tras Mach indica la relación entre la velocidad de un móvil y la velocidad del sonido. Con Mach 1 vuela un móvil con la rapidez del sonido. El Concorde vuela con Mach 2.

Ludwig Boltzmann fue el descubridor de la entropía del segundo axioma principal termodinámico, que dice que un sistema siempre pasa de un estado de mayor energía a un estado de menor energía.

Boltzmann como defensor del atomismo fue importante para el Círculo por su concepto de modelos, que mantiene que nuestra ciencia no describe la naturaleza misma sino solamente modelos de la naturaleza así como el sistema planetario es un modelo para el átomo. Estos modelos cambian de acuerdo con nuestras teorías y deben cumplir con lo siguiente:

- (1) no tener contradicciones lógicas,
- (2) ser empíricamente correcto, es decir de acuerdo con los datos experimentales,
- (3) poseer una cantidad máxima en relaciones esenciales, y
- (4) no tener pensamientos supérfluos (es decir con redundancia mínima).

Esta definición de la teoría de modelos jugaba ya en la Física de quanta un papel importante y lo juega hoy en la concepción de bases de datos en la informática. Mach y Boltzmann por

proponer la disolución de conceptos absolutos fueron precursores de la teoría de relatividad de Einstein.

De sus muchísimas permanencias en Austria hay que mencionar en especial la conferencia pública de Einstein en el "Künstlerhaus" (especial de ateneo) ante 3000 oyentes. Gödel conoció a Einstein en el otoño de 1933 en Princeton, EEUU.

Gödel tuvo muchos amigos en Viena que le inspiraron en numerosas discusiones. Estos impulsos le ayudaron también formular su prueba famosa.

En el mayor centro de Matemáticas de la época, Göttingen en Alemania, el lenguaje era visto simplemente como un sistema formalmente mecanizado. En el Círculo de Viena en cambio Gödel se enfrentó al el problema de la lengua como objeto matemático en el sentido de una teoría crítica del lenguaje.

El "Tractatus logico-philosophicus" de Wittgenstein, que leían e interpretaban juntos en las reuniones, jugaba un papel central en las discusiones del Círculo de Viena, que postula una concepción matemática y lógico del lenguaje.

(Entrevista 1 con Zemanek)

"Su filosofía contenía al principio la noción que el mundo se puede describir perfectamente en oraciones, que son claramente falsas o claramente ciertas. Exactamente éste es el mundo de computadoras, ahí están todos los procesos compuestos de elementos pequeños, que o son correctos o no, que de un punto de vista lógico son ciertos o falsos."

(OFF/Locutora)

La filosofía del lenguaje de Wittgenstein elaboró ideas de Heinrich Hertz, Gottlob Frege y Bertrand Russell y especialmente de Fritz Mauthner, un austriaco del Imperio Austro-Húngaro. Mauthner nació en la Bohemia alemana, estudió en Praga y vivió más tarde en Berlín.

El se escribía con Ernst Mach y la publicación de su obra "Crítica de la lengua" le estableció como fundador principal de una filosofía crítica del lenguaje.

Ya Fritz Mauthner dijo que el pensar equivale al lenguaje dicho que no se pudo mantener en su formulación original. Wittgenstein y Carnap intentaron formular esta posición con más rigor científico. El Wittgenstein joven quiso aplicar su principio: "los límites de mi lengua son los límites de mi mundo" a la matemática. Quiso decir que la matemática sólo se puede dedicar a objetos que se pueden formular en el lenguaje de la matemática. Aquí está implicada de antemano la posibilidad de llegar a una prueba de hechos matemáticos con los métodos del lenguaje matemático. (La lengua formalizada de la matemática es la lógica de predicados con su mecanismo de prueba. Esta lógica se desarrolló de una esquematización de la lengua en el sentido de la lingüística. Con la lógica de predicados quiso David Hilbert formalizar la matemática.)

(Off/Locutora)

El descubrimiento famoso de Gödel no fue solamente repudiar el programa de Hilbert, sino y sobre todo de refutar el primer principio de Wittgenstein. Gödel demostró que el límite del

lenguaje no es el límite del mundo y Wittgenstein revisió su punto de vista más tarde también.

(Entrevista 2 con Zemanek)

"Pues nosotros sabemos que Wittgenstein más tarde en su vida se dió cuenta que esta descripción perfecta e idealizada del mundo no encajaba. Es un hecho que el antagonismo que se nota entre las dos filosofías de Wittgenstein consiste en el orden lógico de la primera filosofía y en la realidad vital de la segunda filosofía, un antagonismo que se nota hasta en toda aplicación de ordenadores."

(OFF/Locutora)

En contraste al primer Wittgenstein y a Mauthner, Gödel se dió cuenta de que la lengua de la matemática y su sistema formal de probar son incompletos. Inspirado por los intentos del Círculo de Viena de crear una lengua lógica y del intuicionismo de Brouwer él se dió cuenta como uno de los primeros de que ciertos teoremas en la matemática no se pueden probar y presentó para esto también la prueba.

El mundo matemático resultó más poderoso que él de la lengua. La lengua se mostró más débil que el pensamiento. Lo que se puede demostrar en y con la lengua vale menos que lo que se puede pensar que es verdad con el razonamiento, y esto a su vez vale menos que lo que es posible en el mundo.

(Música de fondo: "Danubio azul")

Gödel informó sus amigos, Rudolf Carnap y Herbert Feigl en el Cafe Reichsrat por primera vez en agosto 1930 de su descubrimiento. Su trabajo se ha titulado también "el teorema del siglo" y revolucionó el concepto del mundo en la matemática hace 50 años. El destruyó el templo puro de la matemática sin contradicciones.

(Fin de música "Danubio azul")

Hoy lo llamamos trabajo famoso de Gödel simplemente la "prueba de Gödel".

(Entrevista 1 con Hlawka)

"En su tesis doctoral demostró que la matemática es completa; al hacerse catedrático demostró que ésta es incompleta: Un chiste entre lógicos."

(Off/Locutora)

Como conclusión de nuestra presentación se puede decir que la obra de Gödel fue un resultado de los esfuerzos del Círculo de Viena ya que no hubiera sido posible sin su ambiente.

Después de eso Gödel se tuvo que internar por unas semanas en el sanatorio edificado por Josef Hoffmann en Purkersdorf. El trabajar intensivamente y el concentrarse por 2 años seguidos en su disertación y para hacerse catedrático causaron al final de 1931/1932, una grave crisis de nervios que empeoró su condición de salud ya frágil. Su agotamiento fue tan grande que Gödel estaba en peligro de suicidarse y su familia estaba muy preocupado por él.

(Entrevista 1 con el hermano)

"Pues fue así, que él estaba en un estado depresivo y angustiado, por primera vez, poco después de publicar su trabajo famoso. Hoy se diría depresión endógena, entonces no existía esta diagnosis ni terminología. Este estado se repitió varias veces. Tenía fases donde estaba de buen humor y contento y todo y luego fases muy depresivas donde se encontraba entonces en el sanatorio. Podemos decir que internó en el sanatorio dos veces por causa de sus nervios frágiles. Fueron unas cuantas semanas, en Purkersdorf y en Rekawinkel. Yo sólo sé que hubo un tiempo donde teníamos miedo que se fuera a suicidar. Por eso lo pusimos en un sanatorio."

(Entrevista 2 con Hlawka)

"Se hallaba continuamente en la biblioteca leyendo libros, pero a veces se quedaba mirando uno y el mismo libro repetidamente o por mucho tiempo. Fue persona inaccesible o nos pareció que lo fue inaccesible. Daba la impresión de ser muy introvertido. En octubre de 1934, cuando yo estaba en mi primer semestre, él ya era famoso por su teorema que había demostrado en su tesis de 'Habilitacion', que cada sistema formal es incompleto."

(Entrevista 2 con el hermano)

"El Prof. Menger vino un día a nuestra casa a ver a mi madre (mi hermano no estaba en casa por casualidad) y le dijo: "¿Sabe Ud. que su hijo es un gran personaje?" Y de esta manera nos enteramos que mi hermano era un hombre notable. A él no le gustaba hablar de su trabajo y en ningún caso sobre títulos o premios o cosas por el estilo."

(OFF/Locutora)

Sólo en un momento de alta concentración de saber en un sólo lugar, en la ciudad de Viena de los años veinte, fue posible que se logre tal obra maestra. Gödel fue el primero que formalizó con uso de la razón el laberinto del pensamiento humano, donde el hombre mismo en su pensamiento, se vuelve laberinto.

## 5. POLITICA Y CIENCIA

(Ruido de artillería, metralladora, soldados marchando)

(Off/Locutor)

En los años treinta, paulatinamente se empieza a revelar el rostro verdadero de los acontecimientos políticos y comienza el declive del apogeo científico y cultural en Viena. Hacía tiempo ya que la sociedad de la Primera República austriaca no era nada más que fachada, que si bien marcó un apogeo arquitectónico, en su concepción no era más que un estilo de pura apariencia, dentro de sí corrompida y sin sustancia. Esta fachada cultural se vino abajo pronto. Hitler no tuvo más que recoger los escombros.

(Música de fonde "Die Fahne hoch...")

El fascismo austriaco y el nacional-socialismo alemán se nos presentan hoy como un ataque de las fuerzas conservadoras contra el mundo nuevo de la ciencia racional. Sentimiento y creencia

se oponían a la razón y al análisis. Metafísica y patriotismo se levantan en contra de la época inminente de la tecnolización de nuestro mundo, a la cual le debemos mejoramientos en nuestro modo de vida más que a cualquier ideología.

Ya desde hace 1928 la mayoría de los estudiantes eran de inclinación pangermánica y se oponían más y más a las clases de profesores judíos, socialistas o de izquierda liberal.

(Música "Die Fahne hoch..." termina)

Los ataques contra el círculo de Viena se pusieron más y más violentos. Llegaron a su punto culminante con el asesinato de Moritz Schlick, el 22 de junio de 1936, delante de la Escalera de Filosofía. Este era considerado judío, aunque en realidad descendía de una vieja familia aristocrata alemana.

Su ex-estudiante Hans Nelböck, inspirado por la opinión pública y por las ideas de su compañero estudiantil Leo Gabriel, fue el asesino: éste fue puesto en libertad inmediatamente después de llegar Hitler a Austria.

(Entrevista 1 con hermano)

"Pues, esa fue una época en el que no andaba bien de los nervios. Él fue muy amigo de Schlick."

(OFF/Locutor)

Desde hace años circulaba una lista negra entre los estudiantes nacional-socialistas, a los cuales también pertenecía Erich Heintel, que durante la Segunda República fue por muchos años profesor de filosofía. (En la lista también aparecían profesores judíos, sus amigos y simpatizantes.)

Gödel también estaba en una de estas listas por ser alumno del judío Hans Hahn y socio del Círculo de Viena (que se denunciaba como filosofía de judíos), a pesar del hecho de ser de ascendencia aria. Pero la lógica matemática y la teoría de los conjuntos, así como la teoría de la relatividad de Einstein eran vituperadas como judías. Por esta razón fue atacado por estudiantes de la extrema derecha al principio de noviembre 1939, cerca de la Strudelhofstiege al lado del Instituto de Matemática.

Después de hacer sus oposiciones de catedrático con Hans Hahn (con el apoyo de Wirtinger, Thirring, Menger et al) se hizo Gödel "Privatdozent". Enseñó entre 1933 y 1938 en el Instituto de Matemática.

(Entrevista con Hlawka)

"... y aparte de eso miraba a la pizarra, no a los estudiantes. La sala estaba repleta, también hay que mencionarlo (en la sala pequeña donde hoy esta su placa de honor), pero se vaciaron bastante sus clases en las siguientes sesiones."

(OFF/Locutor)

El recientemente fundado "Institute for Advanced Study" en Princeton, situado entonces en la vieja Fine Hall de la universidad de Princeton, y al cual también pertenecía Einstein, fue el primero que se dió cuenta de la importancia del descubrimiento de Gödel y lo invitó a

Princeton. Gödel viajó en el otoño de 1933 por primera vez a América y enseñó ahí desde febrero hasta mayo 1934.

Sus conferencias en Princeton contribuyeron a la creación de la escuela americana de lógica. Sobre todo al desarrollo de la meta-matemática y la teoría de funciones recursivas de Stephen Cole Kleene. El descubridor del cálculo Lambda, Alonzo Church, también aplicó el resultado de la prueba sobre la indecidibilidad en su sistema formal. El resultado de Gödel fue desarrollado aún más por Barkley Rosser.

Después de un año de estancia en Viena viajó Gödel en 1935 otra vez a los EEUU, pero tuvo que volver en seguida a Viena por razones de salud.

(Entrevista 2 con el hermano)

"En una ocasión volvió de América vía París y me llamó que no se atrevía a viajar de París con el tren a Viena, y yo me marche a París. Hablé conmigo por lo menos una hora por teléfono entonces, y yo me fui a recogerlo."

(Melodía: "In Grinzing gibts a Himmelstrassn, das kann ka Zufall sein. Der Herrgott hat dort wachsen lassen, an himmlisch guaten Wein." (Canto típico vienés sobre el vino))

(Off/Locutor)

En 1937 se mudó Gödel a un estudio en Grinzing, un barrio de Viena donde se vende y se bebe el vino cosechado en el año, y se casó el 20 de septiembre con Adele Nimbusky, después de 10 años de conocerla.

(Entrevista 3 con hermano)

"Pero nosotros no estábamos de acuerdo con su elección. Naturalmente ella no era su igual intelectualmente, pero eso se entiende de por sí. Ella procedía de familia pobre. Su padre también vivió en la Langeasse. Era fotógrafo, es decir, tenía un taller fotográfico."

(Música de fondo "Wir sind die Kämpfer der NSDAP" (canto nazi))

(Off/Locutor)

Dos semanas después de casarse partió Kurt Gödel otra vez de Europa (partiendo de Cuxhaven) en el "New York", dejando su mujer atrás. Adele se quedó sola en Viena.

Recién en Junio de 1939 regresó a su lado en Viena. Mientras tanto los nacional-socialistas le habían quitado el título de "Privatdozent". La súplica del Decano de la Facultad de Filosofía, Prof. Von Christian, fue también suscrita por el director de la liga de docentes, Dr. Marchet. Gödel intentó, lo que sorprende, adquirir un título de nuevo, que se lo dieron un año más tarde por decreto del "Reichsministerium" en Berlín.

En este tiempo Gödel recibió el llamamiento a filas al "Wehrmacht" y en el reclutamiento se le encontró apto para mandarlo al frente. En esta situación de emergencia pidió ayuda a Oswald Veblen, entonces director del "Institute for Advanced Study" en Princeton, y con su ayuda viajaron, él y su mujer, a los EEUU. Por varias razones se fue de Europa, que cayó en la devastación.

(canto nazi "Wir sind die Kämpfer der NSDAP" termina)  
(comienza música de fondo: "Denn wir fahren gegen Engeland")

(Entrevista 4 con hermano)

"Pues sí, había dos razones: su antipatía a una Austria nacional-socialista, eso seguro. Y entonces le ofrecían posibilidades mucho mejores en América, ya que se quedó en Princeton, (después que fue catedrático invitado tres o cuatro veces) estaba en un instituto fabuloso, tenía una habitación muy linda, que daba a un bosque en Princeton. Eso era algo que naturalmente (también tenía un sueldo bueno) nunca podría tener en Viena."

(Musicade fondo: "Denn wir fahren gegen Engeland" termina)

Por razón del bloqueo de Inglaterra Gödel no pudo cruzar el Atlántico y tuvo que viajar con el tren transsibérico, en enero de 1940, al Japón y desde ahí con barco a San Francisco y de ahí siguiendo hasta Princeton, donde llegaron a finales de marzo de 1940.

Gödel jamás volvió a Europa.

## 6. PRINCETON, EEUU.

(Música: Elvis Presley "América, América, God shed his grace on thee, and crown thy good with brotherhood, from sea to shining sea")

(Off/Locutor)

Al final de marzo de 1940 Kurt Gödel llegó con su mujer Adele a Princeton. Ahí se iba a dedicar a la investigación en el "Institute for Advanced Study", que ofrecía condiciones ideales para trabajar a hombres notables de las ciencias. (Por esta razón no había casi estudiantes y sólo un mínimo de clases. El instituto se fundó en 1930 por Abraham Flexner y se financió por dos millonarios.)

(fin de música "América, América, ...")

En Princeton estaba junto con Albert Einstein y J. Robert Oppenheimer (que dirigió la construcción de la primera bomba atómica en Los Alamos), Johann von Neumann, Hermann Weil, Oswald Veblen y muchos otros científicos notables.

Desde su emigración en 1940 hasta su muerte en 1978 Gödel pasó casi la mitad de su vida en Princeton y ahí empezó en 1943 a dedicarse menos y menos al trabajo efectivo sobre problemas matemático-lógicos entre otras razones por ciertas dificultades que se le presentaban en la teoría de conjuntos, como la independencia del axioma de selección y la hipótesis del continuo (de los axiomas de la teoría de conjuntos).

(Música: Harbour Lights)



En la casa que se compró en 1949 en la Linden Lane vivió Gödel sólo con su mujer hasta su muerte. Para ver su hijo la anciana madre de Gödel tuvo que viajar hasta Princeton. Para su 70 cumpleaños Gödel le mandó un disco en el cual le dice:

(fin de música "Harbour Lights")

(voz original de Kurt Gödel:)

"No me puedo imaginar que cumples 70 años. Para mí no tenes más que 35 años. Las fotos que ví de tí y también tu firma me parecen dar razón. Pero no me queda más que aceptar el hecho inexorable que dicta el calendario y así te felicitamos de todo corazón para tu 70 cumpleaños. Que vivas aun muchos años más para poder disfrutar de la hermosa ciudad de Viena y sus alrededores."

(Off/Locutora)

Uno de sus pocos amigos con quien se escribía (de la época del Círculo de Viena) fue Oskar Morgenstern.

(Entrevista 1 con Dorothy Morgenstern)

"El venía con frecuencia. Llegaba y tomaba su taza de agua caliente. Lo íbamos a buscar y lo traíamos a nuestra casa donde se quedaba entre uno y media a dos horas. Venía de vez en cuando todas dos semanas. Se interesaba por los niños especialmente por mí hijo que más tarde fue matemático."

(Off/Locutor)

La amiga de Adele fue la mujer del historiador emigrado Erich von Kahler.

(Entrevista 1 con Lilli von Kahler)

"Mí primer verdadero recuerdo es de esa vez que juntos con Hermann Broch que vivió con nosotros entre 1942-48, fuimos a visitar a Prof. Gödel en el hospital donde estaba internado con una úlcera."

(Off/Locutora)

En 1948 (6 años después de esta úlcera) Gödel, siempre interesado por la política, cambió la nacionalidad y se hizo ciudadano americano.

(Entrevista 2 con Dorothy Morgenstern)

"Mí marido fue a recogerlo y después a Einstein. Al sentarse Einstein en el auto le dice: "¿Pues Gödel, estas preparado para tú penúltimo examen?" Y Gödel le contestó: "¿Qué quieres decir con penúltimo examen? Cuál es mí último examen?" Einstein le dijo: "Cuando te caés muerto en tú tumba." En todos casos Gödel estaba nervioso y así se fueron a Trenton. Y la presencia de Einstein causó bastante sensación. Claro que ahí nunca se había oído de Gödel. El juez Foreman los tomó al primero y le dijo a Gödel: "Pues Prof. Gödel, en su país, en Austria hay una dictadura." Y Gödel les contestó que sí. El juez Foreman le preguntó: "¿Pero eso no puede pasar

en los EEUU, verdad?" Y Gödel le dijo: "Sí, y lo puedo probar también!" El juez Foreman a eso le dijo: "Bueno, bueno, no importa."

(Melodia: Stars Spangled Banner)

(Off/Locutor)

Que Gödel tenía razón se vió entonces en la época de Mc Carthy, durante la cual los derechos fundamentales en la democracia en los EEUU se ignoraron de tal manera que casi llegó a tener la calidad de una dictadura.

(fin de música "Star Spangled Banner")

(Entrevista 3 con Dorothy Morgenstern)

"El no tenía buenos sentimientos hacia Austria. Quiero decir que el sabía lo que todo el mundo supo, que muchos austriacos fueron nazis antes de que llegara Hitler. Y conocía lo sentimientos de los austriacos. Yo creo que él simplemente no quiso ni nesecitó volver a Austria."

(Off/Locutora)

Mucho más tarde en 1953 Gödel fué nombrado catedrático del Institute for Advanced Study y desde este tiempo recibió un buen sueldo."

(Entrevista Deane Montgomery)

"Fue un miembro muy concienzudo del cuerpo de catedráticos y mostró mucho interés en los asuntos del instituto al contrario de lo que se pensaba de él de antemano."

(Entrevista 1 Hassler Whitney)

"Los problemas de Gödel le impedían ir a las reuniones del Instituto y así fue que decidimos formar un comité separado sobre lógica. Yo me ofrecí a participar en ese comité. Gödel y yo hablamos la mayoría de las veces por teléfono. Le era más facil hablar por teléfono sobres los diversos asuntos. También cuando estábamos los dos en el mismo Instituto."

(Entrevista 2 Hassler Whitney)

"A lo mejor sentía que al acercarse uno demasiado se le echaba encima y esta sensación le causó muchas dificultades."

(Entrevista con Hao Wang)

"En general evitaba los discursos públicos. Así que de 1951 - 78 en estos 27/28 años de su vida no dió ní un sólo discurso público."

(Off/Locutora)

Tampoco vino al simposio (1966) que se celebró por motivo de su 60. cumpleaños."

(Entrevista 2 Lilli von Kahler)

"Fue un hombre bueno, amable y encantador pero que a pesar de eso tenía sus dificultades enormes en asuntos personales. Su matrimonio tampoco fue cosa simple. Y así fue que los dos iban al psicoanalista Hulbeck/Huelsenbeck en Nueva York."

(Off/Locutor)

A Charles Hulbeck se le conoció bajo el nombre de Richard Huelsenbeck como socio del grupo dadaísta en Zürich.

(Entrevista 1 con Dr. Rampona)

"En esa época estaban siempre gritándose. Ella le decía, lo saqué de un sanatorio para casarme con él."

(Entrevista 3 Lilli von Kahler)

"Ella fue persona extraordinariamente inteligente y tenía una función muy importante, ella era la que tenía lo que se llama aquí el "life line". Ella tenía la conexión con la tierra. Sin ella el no podía existir. Ella me contó un vez: "Yo lo tengo que tener en brazos como un bebé"

(Off/Locutora)

En los últimos años de su vida su salud empeoró muchísimo y los conocidos y testigos del tiempo deciden que sufrió de manía persecutora.

(Melodía: Dies irae, dies illae)

Hace 20 años que casi no comía por miedo de que lo envenenasen. Murió el 14 de enero 1978 en hospital en Princeton por rechazo de alimentos.

(Fin de melodía "Dies irae, dies illae")

(Entrevista 2 con Dr. Rampona)

"Malen Nutricia. Se negó a comer. Nunca pesó mucho pero al final pesaba solo 68 libras. Murió en posición fetal con las piernas encogidas. La misma posición que tiene el hombre en el útero."

(Off/Locutora)

Como si que nunca quiso salir de la protección del útero materno, así se fue marcando toda la vida de Gödel por el deseo de una existencia puramente intelectual, casi immaterial. La fijación maternal se articuló en su continua negación de la realidad, en su retiro al mundo abstracto de ideas del platonismo.

(Música: Wheel of Fortune)

En Princeton Gödel se interesó en primer lugar por la filosofía de la matemática, también por Leibniz, Kant y Husserl. Para nosotros sigue viviendo en sus obras e ideas que vamos a explicar en los capítulos siguientes.

## 7. INFORMÁTICA E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

(tono: ruidos esféricos electrónicos)

(Off/Locutor)

Aunque originalmente el teorema de Gödel procede de la lógica matemática, juega hoy un papel importante en la informática teórica. El análogo correspondiente en ésta es el problema de parar de la máquina de Turing. En la práctica, una máquina Turing es un ordenador.

(ruidos desaparecen)

El problema de parar (halting) se puede plantear de la siguiente manera: ¿Se puede escribir un programa para ordenadores que sea capaz de decidir si va programa arbitrario es correcto? En este procedimiento no debe pasar que el programa se enrede en un bucle sin fin, es decir que no pare. La respuesta a este problema de parar es NO. Tal programa para ordenadores no puede existir. Eso se puede demostrar claramente con métodos matemáticos. Así se demuestran los límites de una solución técnica de la programación, y que la prueba de Gödel señala ...

(Voz de ordenador)

"... los límites de la demostrabilidad formal de ciertas proposiciones matemáticas verdaderas."

(Off/Locutor)

Esta demostrabilidad está en relación directa con la pregunta de si el pensamiento humano se puede mecanizar. Esto le parece a muchas personas plausible si están de acuerdo con Gödel y Turing, en que el cerebro humano funciona en principio como un ordenador digital. (Es difícil concebir en términos científicos un pensamiento fuera del cerebro, cosa que Gödel postuló.)

Alan Turing trasladó el problema planteado por Gödel, de los sistemas formales, a las máquinas y computadoras, es decir de la demostrabilidad a la calculabilidad.

Alan Turing es conocido sobre todo por haber descifrado el código secreto de los alemanes ENIGMA durante la Segunda Guerra Mundial, aparte de sus méritos en carreras maratonianas, en la lógica matemática y en la inteligencia de máquinas. A pesar de esto, la sociedad inglesa no le dejó otra solución que el suicidio por ser homosexual. Sus obras sobre números calculables y su modelo de ordenadores, mucho antes de que existieran estos, son éxitos pioneros en la informática.

(Entrevista con Gandy:)

"... y demostró que eso lo que puede hacer un ser humano siguiendo una rutina se puede hacer por lo que hoy se llama una máquina Turing. Es un aparato muy simple. Se mueve para atrás y para delante en una cinta marcando símbolos y después moviéndose a la izquierda o a la derecha. Lo que puede hacer un ser humano lo puede hacer tal máquina. En ese tiempo no se hablaba de ponerlo en la práctica. Pero durante la guerra con el desarrollo de la electrónica se hizo posible. Las ideas de Turing influyeron sin duda en los conceptos de los primeros ordenadores verdaderamente universales, y sobre todo en las investigaciones de Von Neumann

y de Turing.

Gödel había mostrado que una forma particular de este problema (sobre lo que se puede hacer en forma rutinaria) no se puede hacer por rutinas. Y yo creo que ese fue el punto de partida que le dió la idea a Turing de que se debería poder caracterizar lo que se puede hacer y después de eso caracterizar lo que no se pueden hacer. Así que éste es el primer punto importante. "

(Off/Locutor)

Hay más razones por las que mencionamos a Kurt Gödel junto con Alan Turing y Johann von Neumann, el constructor del primer grand ordenador programable con válvulas, también considerados abuelos de la inteligencia artificial. Hace más de 50 años, Gödel hizo por primera vez, lo que programadores hoy hacen sin pensar: Le dió una notación numérica a los problemas de la realidad, que están formulados en lenguaje natural. Este proceso de ponerle un código se llama hoy la gödelización.

El fue el primero en definir explícitamente en 1931 las llamadas funciones recursivas en la matemática usando la idea de Herbrand. Funciones recursivas son aquellas que se componen de operaciones elementales como la adición o la multiplicación y que llegan a su resultado final mediante un sistemático retorno a valores funcionales ya calculados.

Estas funciones juegan hoy en la informática un papel fundamental. Cada programador sabe lo que es una llamada recursiva de un procedimiento: es el bucle de un subprograma.

Luego las funciones recursivas contribuyen junto con el cálculo Lambda, desarrollado por Alonzo Church, al desarrollo del lenguaje de programación LISP, que es hoy uno de los lenguajes de programación más importantes de la inteligencia artificial.

Para la construcción de sus superordenadores de la 5 generación los japoneses han elegido el lenguaje de programación PROLOG como base. PROLOG es una abreviación de "programación en lógica" es decir la misma lógica de predicados formal se usa como lenguaje de programación. (Mientras que los lenguajes de programación clásicos usan en general solamente comandos y procedimientos.)

Gödel se expresó en privado repetidamente en favor del uso de la lógica formal de predicados como lenguaje de programación, en una época cuando ningún informático pensaba que podría funcionar tal cosa.

## 8. LA MÁQUINA-TURING

(Música electrónica)

(Off/Locutora)

La mejor manera de entender la prueba de Gödel es estudiar la máquina Turing. Una máquina Turing se puede visualizar como un magnetófono, pero no uno que graba música,

(fin de música electrónica)

sino uno que lee números de una cinta magnetofónica o que los escribe en ésta. Esta actividad

constituye el proceso de cálculo. Después de parar la máquina queda una impresión sobre la cinta que representa el resultado de cálculo.

Esto ocurre de la siguiente manera: la máquina Turing tiene un estado interior definido y la cabeza lee el símbolo, que justamente se encuentra delante de él en la cinta. Este conjunto del estado interior y del símbolo exterior constituye el requerimiento para una orden.

La máquina Turing puede cumplir cada orden correspondiente a cada requerimiento y presenta un resultado. Una orden es claramente una instrucción mecánica o electrónica, que se puede hacer por razón de la construcción de la máquina. Una tal orden puede ser por ejemplo:

Si la máquina Turing está en estado Z y justo lee el símbolo cero, entonces debe pasar al estado S y imprimir el signo 1.

El cuarto componente, la impresión del número como output, se puede sustituir si la cinta magnética da un paso a la izquierda o a la derecha.

Lo esencial en tal orden para poder calcular con ella, es que se componga de cuatro partes. Es un cuádruple.

Cada cuádruple en una máquina Turing consiste en dos pares: el primer par es el requisito, el segundo par es el resultado. Los dos pares consisten en un estado y en un símbolo. Nos imaginamos el conjunto de todas las ordenes colocadas en una lista.

Una orden podría ser la siguiente:

Partiendo del estado rojo y entrada cero, vaya al estado naranja e imprima (salida) 9.

Otro orden sería:

Partiendo del estado Z y entrada E, pase a estado S y salida A.

Etc, etc.

La lista de todas las órdenes de una máquina Turing la llamamos una tabla-Turing. Cada tabla-Turing caracteriza claramente a una máquina Turing. Para poder calcular exactamente con una máquina Turing basta conocer su tabla-Turing.

La tabla-Turing de una máquina se puede transformar, en forma de lista de números, en un código. Cada orden de una cierta tabla corresponde a un número que se puede calcular claramente de este orden.

Si anotamos los distintos números, uno tras el otro sin espacios vacíos, que corresponden a la orden, (así como anotamos las órdenes en la tabla Turing uno bajo el otro) llegaremos a una cifra, que será en este caso muy larga y es el código de esta máquina Turing.

Esta cifra la tenemos que imaginar sobre una cinta de una cierta máquina Turing, que llamaremos la máquina-examinadora-paradora, abreviada MEP. Ella debe examinar si la otra máquina Turing con el código 30797576 etc, para cada vez después de una entrada cualquiera. A este fin le anotamos el código sobre la cinta de la MEP y la ponemos en marcha. La cifra que entonces se lee en la cinta es el resultado del cálculo.

El problema de parar se plantea como siguiente cuestión:

¿Existe una máquina MEP universal que puede controlar cualquier máquina Turing si siempre se

detiene o no? Su código es por ejemplo 1234567890. ¡Si está este código, entonces ocurre que la máquinaMEP universal no para, aunque por razones lógicas tendría que parar! Esta contradicción se puede demostrar con métodos exactos matemáticos. Y por esta razón no puede existir una tal máquinaMEP.

Este caso de la autoaplicación en máquina, el leer del propio código se puede comparar con la autoreflexividad de la lengua. El problema de parar se reduce así a la cuestión si máquinas al leer sus propios códigos paran, o si siguen andando sin fin.

Si anotamos el problema de parar, que una máquinaTuring o un ordenador no pueden solucionar, en la lengua de la lógica de predicados entonces llegaremos a una proposición aritmética que ni se puede probar ni se puede calificar de falsa, es decir, una proposición de la cual el problema de la veracidad no se puede solucionar con los instrumentos de la lógica matemática.

## 9 LA LÓGICA MATEMÁTICA

(Mefisto recita escena de Fausto)

"Querido amigo, os aconsejo, entonces,  
que os inscribáis en el Collegium Logicum"  
((Allí os arreglarán bien el espíritu,  
calzándolo con botas de tormento,  
para que, en adelante, más prudente  
avancéis por la ruta del pensar,  
sin errar para un lado y otro,  
a diestro y siniestro..." ))

(Off/Locutor)

La prueba original del teorema de Gödel no se hizo con la ayuda de una máquinaTuring sino se explicó con la lógica matemática. Gödel también desarrolló la lógica en el transcurso de su trabajo sobre su prueba de tal manera que Johann von Neumann al entregarle el premio Einstein a Gödel dijo de él:

(Off/voz baja)

"Su resultado es un hito que será inolvidable en todo espacio y tiempo por venir. Después de él la lógica no será jamás lo que fue."

(Off/Locutor)

En la época que Aristóteles fundó la lógica, ya uno se daba cuenta de la autoreflexividad del idioma y del peligro, como se ve por ejemplo, en la antinomia del mentiroso.

Epiménides, el cretense dice: "Todos los cretenses son mentirosos." Esto es un hecho paradójico, que se vuelve una contradicción verdadera cuando alguien dice: "Esta oración que digo en este momento es falsa."

El filósofo y matemático conocido Gottfried Wilhelm Leibniz, el descubridor del cálculo diferencial e integral, quiso construir por un Calculus Universalis la lógica igual que la aritmética como sistema de prueba formal. Por esta razón introdujo el lenguaje con los cifras 0 y 1 y la representación de conceptos por números, un precursor de la gödelización.

El inglés George Boole en su busca del "Alfabeto del pensamiento humano" de Leibniz publicó su obra "Investigación sobre las leyes del pensamiento", en la cual, mediante la algebra de los números 0 y 1 dió adelanto en el desarrollo de la matemática lógica al igualar los símbolos de manipulación con reglas de calcular con 0 ó 1. La cifra 0 corresponde en la lógica a la falsedad de un hecho, en la informática al no fluir la corriente eléctrica. La cifra 1 indica la verdad y la circulación de electricidad.

Wittgenstein aplicó este concepto, del atómismo lógico a la lengua natural, donde se unen cláusulas con conjuntivos. La verdad o la falsedad de las cláusulas condicionan la certeza o falsedad de una oración.

La tabla de verdad es un código de leyes que se compone de los valores de partes de una proposición compleja que calcula el valor de verdad de la proposición completa.

La conjunción Y tiene la siguiente tabla de verdad, que se puede explicar con la oración: "El mar es azul y el sol brilla".

La oración completa es cierta solamente cuando las dos partes de la oración son ciertas. Esto es la definición del functor Y. En detalle diferencia la tabla veritativa entre cuatro posibilidades que son las siguientes: (Imagen en TV.)

Con ayuda de este método de la tabla de verdad se pueden también precisar los siguientes funtores:

no,  
o,  
si - entonces.

La algebra booleana que se basa en el descubrimiento de la lengua binaria de Leibniz, da el diseño lógico para los circuitos integrados de los ordenadores digitales modernos. Fue desarrollada más tarde por Charles Sanders Peirce, Erwin Schröder, etc., entre ellos también Gottlob Frege, que se refiere explícitamente a Leibniz y dice:

(Locutor en voz con eco)

"Yo no quería crear sólo un "Calculus Rationator" sino una "lingua característica" en el sentido de Leibniz."

(Off/Locutor)

Durante la realización de este programa Frege elaboró la lógica proposicional con sus tablas de verdad ampliandola a la lógica de predicados. Esta se caracteriza por el hecho de que una cuantificación es posible dentro de las proposiciones mismas. Partículas lingüísticas como "todos", "algunos", etc, se llaman cuantificadores, a veces también a partículas como "muchos", o palabras como "ninguno". Ellos pueden estar colocados delante de predicados como "es mortal" o delante de otros predicados como "tiene la propiedad xy", etc.

Cuantificadores, predicados y funtores son las heramientas de la lógica de predicados para la formalización de la matemática.

En la obra voluminosa "Principia Mathematica" Bertrand Russel y Alfred Whitehead desarrollan la matemática entera usando juicios analíticos de premisas puramente lógicas. Especialmente quieren intentar fundar la aritmética y la teoría de números con entes puramente lógicos.

Gödel se refiere en su obra "Sobre teoremas formales indeterminables de la Principia Mathematica y sistemas relacionados" a esta obra de Russel, y demuestra que existen en ellas proposiciones ciertas pero no demostrables. Este hecho se llama la falta de completividad de la aritmética.

(ruido de ventana que se rompe)

Como consecuencia se trató de sustituir la demostrabilidad formal por la calculabilidad con máquinas, usando la máquina Turing y el ordenador como instrumentos para éste fin. Con ésto se mostró más tarde la analogía del teorema de la indeterminabilidad de Alonzo Church y del teorema de Gödel con el problema de parar de la máquina Turing, problema sin solución.

## 10. LA PRUEBA DE GÖDEL

(Música electrónica corta)

(Off/Locutor)

Aquí tenemos que explicar el cambio de la verdad a la demostrabilidad. Gödel lo demostró usando como ejemplo la antinomia del mentiroso. Construyó una fórmula teórica de números, que en ciertas interpretaciones tiene el siguiente contenido: "la fórmula, que está escrita aquí, no se puede demostrar."

Para construir esta fórmula Gödel usa la gödelización:

- cada functor,
- cada cuantificador,
- cada variable,
- y cada predicado,

se le otorga un número en un procedimiento preciso y algorítmico.

Este procedimiento está construido de tal manera que se puede extender a formulas y pruebas. Ellas también tienen un número. Así se representan hechos lógicos y relaciones como números. Suponiendo que la fórmula mencionada tenga el número de Gödel 1234567890.

Con ayuda del truco de autoreflexividad se puede construir la oración: "la fórmula con el número de Gödel 9876543210 no se puede probar". Esto ocurre mediante un truco, de tal manera que la proposición construida tenga justamente ese número de Gödel que dice que la proposición correspondiente (es decir ésta misma) no se puede probar. Mediante este truco (por una parte, que el número de Gödel está en la proposición, y por la otra, que la proposición tiene

el número de Gödel mencionado) logramos demostrar que la proposición representada indica su propia indemostrabilidad dentro de la aritmética formal de Peano.

Para evitar interpretaciones incorrectas queremos aquí destacar que en la aritmética no existen los predicados: "prueba" o "número de Gödel". La proposición empleada tampoco se usa en realidad en la aritmética, sino es sólo una abreviación de una fórmula largísima compuesta de números, variables y cuantificadores.

Sólo en esta interpretación de la gödelización tiene esta fórmula larga un sentido, ya que ésta no se puede deducir dentro de la aritmética formal. ¡No es demostrable formalmente! Aunque al estudiarla nos damos cuenta enseguida de que es cierta por estar compuesta de muchas partes ciertas. Algunas partes pueden ser verdades muy simples (y demostrables).

Otras partes pueden ser verdades muy complicadas, como por ejemplo la generalización del "problema del party", que no es demostrable como ya se sabe. Imagínense la fórmula aritmética de Gödel como representación del código genético del cerebro y que éste examina, con la ayuda de su propio código (de acuerdo con los principios de la aritmética) si se puede equivocar o no, igual que la máquina-examinadora-paradora universal que vimos antes.

A este fin se aplicó la antinomia de Russel, nombrada por Sir Bertrand Russel, a la máquina Turing. Russel formuló así su antinomia famosa en la figura del barbero de pueblo inglés, que llegó a un acuerdo con el alcalde que dice: "que va afeitar a todos los habitantes del pueblo que no se afeiten ellos mismos". Al final del año el alcalde se negó a pagarle argumentando que no cumplió con el acuerdo. El no debía haber afeitado al barbero, ya que éste se afeitaba si mismo. Pero el acuerdo dice que debe afeitar justamente a todos esos habitantes que no se afeiten ellos mismos. De esto se deduce que él puede solamente afeitar a los habitantes que no se afeitan. ¡No se debe afeitar a sí mismo, ya que es uno que se afeita a sí mismo!

"¡Pues, que tontería," piensa el barbero, "pero esto no me pasar una segunda vez!" y le pide a un barbero del pueblo vecino que venga a afeitarle en el futuro. ¡Pero al final del siguiente año el alcalde se niega a pagarle otra vez! ¿Por qué? El tendría que haber afeitado al barbero (a sí mismo) de acuerdo con el contrato, ya que el barbero no se afeitaba a sí mismo, sino que lo afeitaba el barbero del pueblo vecino. ¡El acuerdo dice que debe "afeitar exactamente a todos los habitantes, que no se afeiten a sí mismo", es decir también a sí mismo! ¿Que lo que debe hacer el barbero? Un nuevo contrato porque éste es en principio incumplible.

Esta antinomia de Russel no es un juego de palabras sino un problema difícil de la teoría de conjuntos. En él se plantea la cuestión si se puede considerar como conjunto la totalidad de todos los conjuntos que no se contengan a sí mismo como elemento. Formalmente esta totalidad es así: (Imagen en TV) y nos preguntamos: ¿Se contiene a sí misma? Ópticamente vemos enseguida la contradicción: Si se contiene a sí mismo, no se debería contener al mismo tiempo, e igual al revés. ¡Un conjunto Russel no puede existir!



Porque el problema de parar es la versión computadora del problema de la verdad, y porque la prueba del problema de parar es más simple, queremos dar la prueba de Gödel con la similar prueba que una MEP universal no puede existir.

Que es imposible que exista una tal máquina-universal examinadora y paradora se demuestra de la siguiente manera: Cuando una máquina Turing lee su propio código, existen claramente dos posibilidades lógicas: máquinas que se detienen cuando leen su propio código, que llamaremos "egoístas" y máquinas que en éste caso siguen indefinidamente sin parar que llamaremos "altruistas".

Si somos exactos necesitamos dos máquinas universales examinadoras-paradoras que trabajen paralelamente: una que reconoce al egoísta que para cuando lee el código del egoísta, la llamaremos CHECKER.

Y una otra, más importante que reconoce al altruista. La última la llamaremos EXPERIMENTADOR. Cuando el EXPERIMENTADOR lee el código de un altruista, tiene que parar, porque sólo así nos enteramos de que el código que leyó representa a un altruista. (Si lee el código de un egoísta tiene que seguir andando lo que no nos molesta, ya que el CHECKER reconoce al egoísta.)

La cuestión del problema de parar, si una máquina Turing cualquiera para o no, se puede reducir a la pregunta si para al leer su código propio o si sigue andando sin fin, es decir si es un egoísta o un altruista. Para esto tenemos que entregar su código al CHECKER y a la misma vez al EXPERIMENTADOR. Los gemelos constituidos por el CHECKER y el EXPERIMENTADOR sería la máquina-examinador-parador que nosotros buscamos.

Suponemos al principio que una cualquiera máquina Turing es un egoísta (algo que no podemos saber antes del examen). Entonces para el CHECKER cuando lee su código y reconoce de esta manera su egoísmo, mientras que el EXPERIMENTADOR sigue andando indefinidamente.

Si nuestra suposición es incorrecta, porque la máquina Turing que queremos chequear es un altruista, entonces para el EXPERIMENTADOR al leer su código así reconocemos su altruismo, mientras que el CHECKER sigue andando sin fin.

¡Para aumentar la confusión y sorpresa general vamos a mostrar que no puede existir el EXPERIMENTADOR!

A este fin planteamos la pregunta incómoda: ¿es el EXPERIMENTADOR un egoísta? Si suponemos que lo es, entonces tendría que parar la cinta al leer su propio código. (En este caso lee el código de un egoísta, que supusimos que era.) Por razón de su propia definición como EXPERIMENTADOR tendría, sin embargo que seguir andando indefinidamente al leer el código de un egoísta, ya que el EXPERIMENTADOR se detiene por propia definición sólo cuando lee el código altruista. Su cinta debe al mismo tiempo seguir y parar, que es contradicción de la suposición que es egoísta.

Se podría pensar que es un altruista. ¡Equivocación! Si fuese así tendría entonces como altruista que seguir andando indefinidamente al leer su propio código. (Porque máquinas que paran al leer su propio código son egoístas.) Como EXPERIMENTADOR está definido de tal manera que para al leer el código de un altruista. (Y nosotros hemos supuesto que es altruista en

el segundo caso, que lee su propio código.) El tendría entonces que parar y a la vez dejar a su cinta andando si fin.

Las dos suposiciones dan como resultado una contradicción, sea el EXPERIMENTADOR egoísta o altruista. Es decir una máquina-examinadora-paradora universal es imposible de imaginar.

El poder leer su propio código corresponde en la lógica a la sustitución del propio número Gödel en la fórmula misma que propone punto por punto la no-demonstrabilidad de la proposición que contiene el número Gödel.

Esta transposición nos demuestra que no existe sistema formal que puede chequear con sus propios medios si cualquier proposición matemática de ese sistema es falsa o cierta.

(Música electrónica, breve)

## 11. VENTANA DEL INTELLECTO

(Musogorsky: Imágenes de una exposición: el enano)

(Weibel, Schimanovich, almandose)

Esperamos haber podido mostrarles fijándonos por la ventana que representa esta película / el mundo de Gödel y la cultura invisible de la matemática / por lo menos por 80 minutos / aunque de vez en cuando tenían el dedo listo para apagar el aparato. / Ahora lo pueden hacer, con alivio.

(Off/Locutora)

Al repasar el curso de pensamiento de Gödel hemos mostrado que al final queda también en la matemática un resto de intuición. (Nuestro cerebro es capaz de más de lo nos damos cuenta.)

A primera vista la prueba de Gödel es una declaración de la riqueza de la Matemática. La relevancia filosófica fue su motivo matemático.

Su gran descubrimiento, el primer teorema que nombró límites en tiempos modernos fue, al parecer, un derrumbe del sueño de 2000 años del hombre, de mecanizar al pensamiento. ((Con esta crítica de las fantasías de omnipotencia del hombre, sigue la tradición de Nicolo Copernicus, Charles Darwin y Sigmund Freud.))

Luego Gödel cambió su punto de vista y defendió la interpretación que sí es posible que existan máquinas que pueden probar toda verdad matemática pero que nosotros no las podemos identificar con seguridad como tales.

(Fin de Musogorsky, comienza Barcarole)

Esto nos llevaría a la conclusión que se puede representar por máquinas procesos mentales sin que nos demos cuenta de ello. El abrió esperanzas a la Inteligencia Artificial. Y asimismo abrió la ventana del intelecto un poco más.

(Barcarole continua hasta fin epílogo)

### EPÍLOGO

(Música: continuación de Barcarole)

(En la imagen que sigue se leen los nombres de los colaboradores.)

Agradecemos en especial el apoyo de:

Valie Export

Dr. Eckehart Köhler

Asimismo también el apoyo de las siguientes personas y instituciones:

Princeton University

Institute for Advanced Study, Princeton

Archivo de Películas estadounidense en Viena

Prof. Eduard Fuchs, Universidad Polytechnica, Brno

Dr. Dusan Uhlir, Museo de Spielberg

Instituto Matemático, Universidad de Viena

Collegium Logicum Vindobonensis

Instituto de Estadística e Informática

Corte: Adi Wallisch

Grafica: Helmut Stadlmann (y Marcus Hanzler)

Director de producción: Kurt Hofer

Colaboradores de redacción: Marleen Schimanovich (y Ulrike Rieger)

Redacción: Alfred Payerleitner

Autores y directores: Peter Weibel y Werner Schimanovich

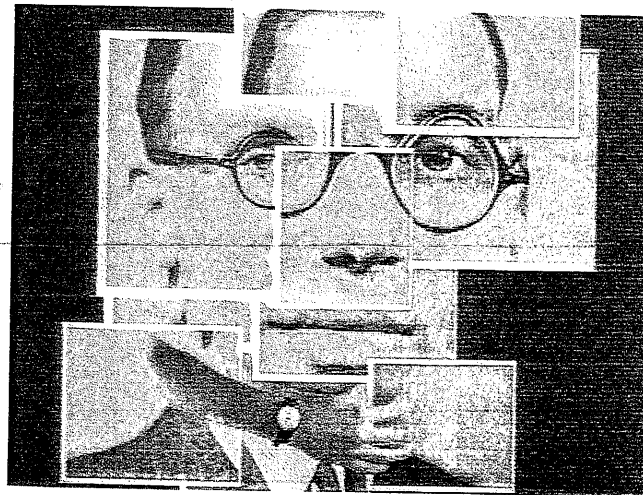
Una producción del ORF, 1986

(ORF = Radio y Televisión Austriaca)

### Scénario du film "Kurt Gödel: Un Mythe Mathématique", K42-GöF5 Peter Weibel und Werner DePauli-Schimanovich



K42-GöF5.SW1: Das System Gödel kann nicht mit eigenen Mitteln seine Widerspruchsfreiheit zeigen!



K42-GöF5.SW2: Detto, aber nur mit einer Hand (dafür mit Armbanduhr).